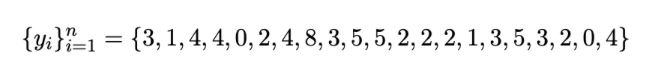
**Opgave 1**



Vi antager, at   
Vi ved, at sandsynlighedsfunktionen er givet ved

Opskriver parameter-rummet, , så   
 kan teoretisk antage alle positive hele tal samt 0.

Parameteren kan antage alle positive reelle tal:

Da parameteren er den samme for alle stokastiske processor kan vi fjerne fodtegnet. Derfor er ssh for udfaldet :

For at opstille en MLE-model er det nødvendigt at antage at alle virksomheder, på tværs af brancher, har samme ssh for at udtage et givet antal patenter. Dette er nok ikke en realistisk forudsætning da virksomheder inden for højteknologi-brancher som *IT* eller *medico* må forventes at udtage flere patenter end virksomheder inderfor eksempelvis *bygge og anlæg* eller *servicesektoren*.

Hvis er uafhængige gælder:

Hvis vi antager, at de stokastiske variable er er uafhængige er den samlede funktion givet ved:

Summeret giver dette:

Man kan dog stadig argumentere for, at den nødvendige uafhængighedsantagelse ikke er realistisk. Indenfor en given branche kan antallet af udtagne patenter være en konkurrencefaktor, hvilket vil betyde at et fimas patent vil anspore konkurrende firmaer til også at udtage patenter.

Når vi opstiller en *Sample likelihood funktionenen*  bytter vi om på det der betinges på, så vi får sandsynligheden for parameteren betinget på observationerne:

Hver enkelt realisation af den stokastiske variabel bidrager til den samlede likelihood med værdien af sandsynlighedfunktionen evalueret i netop denne realisation.

Hvor betegner likelihood bidraget fra den enkelte observation.

Vi har antaget identiske og uafhængige antagelser kan vi udtrykke den samlede likelihood for en given række af realisationer af en stokastisk variabel som produkt af likelihood bidragene med samme parameter for hver realisation.

Vi ved, at

I en model med diskret sandsynlighedsfunktion kan værdien af likelihood funktionen fotolkes som en sandsynlighed for observeret data som funktion af

Angives log-likelighood funktionen som funktion af observationer, (Altså de realisrede værdier af en stokastisk variabel) så er funktionensværdien et tal, også kaldet et estimat.

Angives log-likelihood funktionen derimod som funktion af stokastiske variable, , så er funktionen også en stokastisk variabel, altså en *estimator.*

Maximum likelihood funktionen er givet ved

Finder FOC og finder scoren.

Summeret for alle virksomheder bliver det:

Score, , er den første afledte af likelihood-bidraget. Dette betegner *score-bidraget* for hver enkelt stokastisk variabel. Ergo finder den første afledte, *den samlede score,* af likelihood funktionen som summen af alle score bidrag.

Dette sættes lig nul, og derfor.

Indsætter værdier for

Dette er tidligere fundet til følgende:

Text, letter

Description automatically generated

Derfor:

er givet med hat, da det er en teoretisk funden værdi.

Nu vil vi checke om dette er et realt maksimum. Dette vides kun, hvis MLE-funktionen er strengt konkav. i

Derfor findes:

Hvis det udelukkes at , så er , hvilket gør den anden afledte negativ. Derfor kan det konkluderes, at vi har fundet et maksimum.

**Opgave 3**

Derfor må de have forskellige sandsynligheder.

Uafhængige siger bare man kan splitte det op som produkt af den simultane.

givet

Det vides, at

MLE opskrives

Tager logaritmen

Indsætter værdierne.

For at finde ….., findes FOC.

De to afledte sættes lig nul.

VI ved, at for en eksponentialfordeling er

Text, letter

Description automatically generated

Der er ikke nogen signifikant forskel, men ud fra middelværdien, vil de pærer med lavest være bedre. Dette kan ses, da

Lad betegne ny eller gammel pære. Derfor:

**Opgave 4**

Der fire forskellige værdier kan antage. Antages en hvis værdi er, bliver indikatorfunktionen , antager ikke den rigtige værdi, bliver indikatorfunktionen , hvorved hele ledet bliver .

Vi kan tage eksemplet for .



Sample-likelihood

Tager logaritmen af dette

Tager FOC ift. . Dette kaldes også score.

Derfor er det optimale

Sandsynlighederne findes ved at indsætte

For 1), 3) og 4) passer teorien meget godt, men for 2) er teorien lidt under det observeret. Men passer ca. i af tilfældene passer teori og empiri relativt godt.